Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas

Matemática II (MA-1112)
Ene-Mar 2004

Ejercicios Sugeridos Antiderivadas e Integrales Indefinidas

1.- Recordando las derivadas de varias funciones estudiadas en el curso MA-1111, halle una antiderivada para cada una de las siguientes funciones.

a) $3x^2$ b) x^2 c) $5x^7$ d) $\operatorname{sen}(x)$

e) $\cos(x)$ f) $\sec^2(x)$ g) $\dfrac{1}{x^2+1}$ h) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

2.- Escribas las integrales indefinidas de cada una de las funciones del ejercicio anterior.

3.- Usando la propiedad de la "linealidad"de la integral indefinida, [es decir: $\int kf(x)\,dx = k\int f(x)\,dx$, $\int \big(f(x)+g(x)\big)\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$], halle las siguientes integrales indefinidas:

a) $\displaystyle\int x^n\,dx\ (n\neq -1)$ b) $\displaystyle\int \big(x^5+2x^2-7x+15\big)\,dx$ c) $\displaystyle\int \tan^2(x)\,dx$

d) $\displaystyle\int \frac{3}{x^2+1}\,dx$ e) $\displaystyle\int \frac{x^2}{x^2+1}\,dx$ f) $\displaystyle\int \big(\sqrt[5]{x}+2\sqrt[3]{x^2}-7x\big)\,dx$

g) $\displaystyle\int \frac{(x^2+2x)^2}{\sqrt{x}}\,dx$ h) $\displaystyle\int \big(x+\operatorname{sen}(x)\cos(x)\big)\,dx$

4.- Halle las siguientes integrales indefinidas, usando la regla generalizada de la potencia", y si es necesario, la propiedad de la "linealidad".

a) $\displaystyle\int 2(3+x^2)x\,dx$ b) $\displaystyle\int \operatorname{sen}^5(x)\cos(x)\,dx$ c) $\displaystyle\int \frac{\arctan(x)}{1+x^2}\,dx$

d) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{\arctan(x)}}{1+x^2}\,dx$ e) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\,dx$

5.- Halle las siguientes integrales indefinidas, usando la propiedad de linealidad y convenientes fórmulas de trigonometría:

a) $\displaystyle\int \operatorname{sen}^2(x)\,dx$ b) $\displaystyle\int \cos^2(x)\,dx$ c) $\displaystyle\int \cos^4(x)\,dx$

d) $\displaystyle\int \operatorname{sen}(5x)\cos(7x)\,dx$ e) $\displaystyle\int \cos(x)\cos(7x)\,dx$ f) $\displaystyle\int \operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}(7x)\,dx$

g) $\displaystyle\int \operatorname{sen}^2(x)\cos^2(x)\,dx$

6.- Halle las siguientes integrales indefinidas de cada una de las siguientes funciones:

a) $\text{f(x)} = \begin{cases} 2x+2 & \text{, si } x\le 1 \\ 5 & \text{, si } 1<x\le 2 \\ 3x^2+2x & \text{, si } x>2 \end{cases}$ b) $f(x) = |3x^2-3|$ c) $f(x)=\sqrt{4x^2-4x+1}$

Respuestas

1.-

a) x^3 b) $\frac{x^3}{3}$ c) $\frac{5}{8}x^8$ d) $-\cos(x)$ e) $\operatorname{sen}(x)$ f) $\tan(x)$ g) $\arctan(x)$ h) $\operatorname{arcsen}(x)$

3.-

a) $\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$ b) $\frac{1}{6}x^6+\frac{2}{3}x^3-\frac{7}{2}x^2+15x+C$ c) $\tan(x)-x+C$

d) $3\arctan(x)+C$ e) $x-\arctan(x)+C$ f) $\frac{5}{6}x^{\frac{6}{5}}+\frac{6}{5}x^{\frac{5}{3}}-\frac{7}{2}x^2+C$

g) $\frac{2x^{\frac{9}{2}}}{9}+\frac{8x^{\frac{7}{2}}}{7}+\frac{8x^{\frac{5}{2}}}{5}+C$ h) $\frac{1}{2}x^2-\frac{\cos(2x)}{4}+C$

4.-

a) $\frac{(3+x^2)^2}{2}+C$ b) $\frac{\operatorname{sen}^6(x)}{6}+C$ c) $\frac{\arctan^2(x)}{2}+C$

d) $\frac{2}{3}(\arctan(x))^{\frac{3}{2}}+C$ e) $\sqrt{1+x^2}+C$

5.-

Nota: Es posible que deba usar las formulas de doble ángulo (como $\operatorname{sen}(2\alpha)=2\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$*) para llegar a la solución acá expresada.*

a) $\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\sin(x)\cos(x)+C$ b) $\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\sin(x)\cos(x)+C$

c) $\frac{3x}{8}+\frac{1}{4}\sin(x)\cos^3(x)+\frac{3}{8}\sin(x)\cos(x)+C$ d) $\frac{7}{24}\sin(5x)\sin(7x)+\frac{5}{24}\cos(5x)\cos(7x)+C$

e) $-\frac{1}{48}\sin(x)\cos(7x)+\frac{7}{48}\sin(7x)\cos(x)+C$ f) $-\frac{7}{48}\sin(x)\cos(7x)+\frac{1}{48}\sin(7x)\cos(x)+C$

g) $\frac{x}{8}-\frac{1}{16}\sin(2x)\cos(2x)+C$

6.-

a) $F(x)+C$, donde $F(x)=\begin{cases} x^2+2x & \text{, si } x\leq 1 \\ 5x-2 & \text{, si } 1<x\leq 2 \\ x^3+x^2-4 & \text{, si } x>2 \end{cases}$ b) $F(x)+C$, donde $F(x)=\begin{cases} x^3-3x & \text{, si } x\leq -1 \\ -x^3+3x+4 & \text{, si } -1<x\leq 1 \\ x^3-3x+8 & \text{, si } x>1 \end{cases}$

c) $F(x)+C$, donde $F(x)=\begin{cases} x-x^2 & \text{, si } x\leq \frac{1}{2} \\ x^2-x+\frac{1}{2} & \text{, si } x>\frac{1}{2} \end{cases}$

Esta guía fue digitalizada por Jean F. Gómez para Guías USB. La autoría del material original le pertenece al Departamento de Matemáticas. Ciertas libertades en cuanto a estilo y redacción han sido tomadas.

Jean Franco Gómez
15-10581
Ingeniería de la Computación
Twitter: @JeanFranGo

gecousb.com.ve
Twitter: @gecousb
Instagram: gecousb

Se agradece notificar cualquier error de tipeo o en las respuestas y qué debería decir a la dirección
gecousb@gmail.com